Buletin Ilmiah Mat. Stat. dan Terapannya (Bimaster)
Volume 04, No. 3 (2015), hal 279 – 284.

KAJIAN METODE KONDENSASI *CHIO* PADA DETERMINAN MATRIKS $\boldsymbol{n \times n \times n, n \geq 3}$

Adrianus Sumitro, Nilamsari Kusumastuti, Shantika Martha

INTISARI

Determinan merupakan suatu fungsi dari himpunan semua matriks persegi ke himpunan semua bilangan real. Determinan matriks A biasanya dinyatakan oleh ∣A∣ *atau det (A). Terdapat beberapa metode yang digunakan untuk menentukan determinan matriks diantaranya metode Sarrus, Ekspansi Kofaktor, dan Kondensasi. Kondensasi CHIO merupakan salah satu metode yang dapat digunakan dalam menentukan determinan matriks yang memiliki ordo n× n ,n ≥ 3. Kondensasi CHIO menyusutkan determinan matriks ordo n menjadi ordo n-1 dan dikalikan dengan elemen* a_{11}*. Proses kondensasi ini berakhir pada determinan matriks ordo2×2.*

Kata Kunci : *Permutasi, Metode Sarrus, Ekspansi Kofaktor*

PENDAHULUAN

Matriks merupakan susunan segiempat dari elemen-elemen dengan setiap elemen menunjukkan kolom dan baris tertentu. Misalkan $A = [a_{ij}]$ merupakan suatu matriks dengan elemen a_{ij}. Banyaknya baris dan kolom suatu matriks menunjukkan ukuran dari matriks yang dinamakan ordo matriks. Beberapa jenis matriks diantaranya adalah matriks persegi, matriks nol, matriks segitiga atas/bawah, matriks skalar, matriks diagonal, matriks invers dan matriks identitas. Jika banyaknya kolom dan baris sama maka matriks tersebut dikatakan matriks persegi. Setiap matriks persegi mempunyai nilai tunggal yang disebut determinan [1].

Determinan merupakan suatu fungsi dari himpunan semua matriks persegi ke himpunan semua bilangan real. Beberapa metode yang digunakan untu×aris sedangkan ekspansi kolom mengalikan minor dengan komponen kolom matriks. Minor suatu matriks adalah matriks bagian (sub matriks) yang diperoleh dengan menghilangkan elemen-elemen pada baris ke $-i$ dan kolom ke $-j$. Kofaktor merupakan minor bertanda yang diperoleh dari hasil perkalian minor dengan suatu angka yang besarnya menuruti suatu aturan yaitu $(-1)^{i+j}$ dimana i dan j menunjukkan baris dan kolom matriks yang diekspansi. Metode kondensasi merupakan suatu proses reduksi pada determinan matriks dengan suatu aturan tertentu. Seiring perkembangan didunia pendidikan dan komputerisasi telah banyak ditemukan program untuk menyelesaikan determinan matriks yang memiliki ordo yang besar. Untuk itu pada penelitian ini akan dikaji tentang metode kondensasi *CHIO* yang digunakan untuk menentukan determinan matriks ordo $n \times n, n \geq 3$. Penyusutan ordo determinan matriks n menjadi $n - 1$ akan digunakan untuk menentukan determinan matriks. Kondensasi *CHIO* merupakan salah satu metode yang dapat digunakan untuk menentukan determinan matriks ordo n, untuk $n = 3$ dengan membentuk determinan matriks ordo $n - 1$ dan digunakan elemen a_{11} sebagai faktor pengalinya [2].

Sifat-sifat determinan yang digunakan pada proses operasi baris elementer yakni menukarkan baris/kolom sangat berperan penting dalam menentukan determinan matriks [3]. Hal ini diperlukan untuk mengubah nilai elemen $a_{11} \neq 0$ yang merupakan syarat dari kondensasi *CHIO*.

Masalah yang dibahas dalam penelitian ini adalah kajian metode kondensasi *CHIO* pada determinan matriks $n \times n, n \geq 3$. Berdasarkan masalah tersebut tujuan dari penelitian ini adalah mengkaji tentang kondensasi *CHIO* dan mengkaji cara menentukan determinan matriks dengan metode kondensasi *CHIO* untuk matriks ordo $n \geq 3$.

Metodologi pada penelitian ini menggunakan matriks persegi $n \times n, n \geq 3$ dengan syarat elemen $a_{11} \neq 0$. Apabila nilai elemen $a_{11} = 0$ maka dilakukan proses operasi baris/kolom yaitu menukarkan baris/kolom pada determinan matriks untuk mengubah $a_{11} \neq 0$. Selanjutnya disubstitusikan kedalam persamaan kondensasi *CHIO* dan dilakukan proses kondensasi sehingga membentuk determinan matriks ordo $(n-1) \times (n-1)$. Proses kondensasi ini akan terus dilanjutkan sampai membentuk determinan matriks ordo 2×2 dan diperoleh determinan matriks $n \times n$.

KONDENSASI *CHIO* PADA DETERMINAN MATRIKS $\boldsymbol{n \times n, n \geq 3}$

Metode kondensasi CHIO merupakan metode untuk menentukan nilai determinan matriks berordo $n \times n$ dengan cara mengkondensasikan (menyusutkan) ordo determinan matriks $n \times n$ menjadi determinan matriks ordo $(n-1) \times (n-1)$. Metode ini diperkenalkan oleh seorang matematikawan bernama **F. CHIO** dalam sebuah tulisannya pada tahun 1853. Persamaan yang digunakan dalam kondensasi CHIO sebagai berikut [4].

$$|A_{n\times n}| = \frac{1}{{a_{11}}^{n-2}} \begin{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix} & \cdots & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{2n} \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} & \cdots & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1n} \\ a_{31} & a_{3n} \end{vmatrix} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{n1} & a_{n2} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{n1} & a_{n3} \end{vmatrix} & \cdots & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1n} \\ a_{n1} & a_{nn} \end{vmatrix} \end{vmatrix}$$

Teorema 1[4] *Dimisalkan* $A = [a_{ij}]$ *merupakan matriks* $n \times n$ *dan andaikan* $a_{11} \neq 0$. *Misalkan* D *merupakan matriks yang diperoleh dengan menggantikan* a_{ij} *oleh* $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{1j} \\ a_{ij} & a_{ij} \end{bmatrix}$ *,maka* $|A| = \frac{1}{{a_{11}}^{n-2}} |D|$.

Bukti:

Diambil sebarang matriks A dengan elemen sebagai berikut

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Kalikan setiap elemen pada baris dengan elemen a_{11} kecuali elemen baris pertama, sehingga

$$|A_{n\times n}| = \frac{1}{{a_{11}}^{n-1}} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21}a_{11} & a_{22}a_{11} & a_{23}a_{11} & \cdots & a_{2n}a_{11} \\ a_{31}a_{11} & a_{32}a_{11} & a_{33}a_{11} & \cdots & a_{3n}a_{11} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}a_{11} & a_{n2}a_{11} & a_{n3}a_{11} & \cdots & a_{nn}a_{11} \end{vmatrix}$$

maka

$${a_{11}}^{n-1}|A_{n\times n}| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21}a_{11} & a_{22}a_{11} & a_{23}a_{11} & \cdots & a_{2n}a_{11} \\ a_{31}a_{11} & a_{32}a_{11} & a_{33}a_{11} & \cdots & a_{3n}a_{11} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}a_{11} & a_{n2}a_{11} & a_{n3}a_{11} & \cdots & a_{nn}a_{11} \end{vmatrix}$$

Lakukan operasi baris elementer untuk menjadikan semua elemen kolom pertama pada baris kedua $(B2)$, baris ketiga $(B3)$, hingga baris ke n (Bn) bernilai nol, diperoleh

$$a_{11}{}^{n-1}|A_{n\times n}| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22}a_{11} - a_{12}a_{21} & a_{23}a_{11} - a_{13}a_{21} & \cdots & a_{2n}a_{11} - a_{1n}a_{21} \\ 0 & a_{32}a_{11} - a_{12}a_{31} & a_{33}a_{11} - a_{13}a_{31} & \cdots & a_{3n}a_{11} - a_{1n}a_{31} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & a_{n2}a_{11} - a_{12}a_{n1} & a_{n3}a_{11} - a_{13}a_{n1} & \cdots & a_{nn}a_{11} - a_{1n}a_{n1} \end{vmatrix}$$

Selanjutnya menggunakan metode ekspansi kofaktor sepanjang kolom pertama, sehingga

$$a_{11}{}^{n-1}|A_{n\times n}| = a_{11}C_{11}$$

diperoleh

$$a_{11}{}^{n-1}|A_{n\times n}| = a_{11}(-1)^2 \begin{vmatrix} a_{22}a_{11} - a_{12}a_{21} & a_{23}a_{11} - a_{13}a_{21} & \cdots & a_{2n}a_{11} - a_{1n}a_{21} \\ a_{32}a_{11} - a_{12}a_{31} & a_{33}a_{11} - a_{13}a_{31} & \cdots & a_{3n}a_{11} - a_{1n}a_{31} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n2}a_{11} - a_{12}a_{n1} & a_{n3}a_{11} - a_{13}a_{n1} & \cdots & a_{nn}a_{11} - a_{1n}a_{n1} \end{vmatrix}$$

maka

$$a_{11}{}^{n-1}|A_{n\times n}| = a_{11} \begin{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix} & \cdots & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{2n} \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} & \cdots & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1n} \\ a_{31} & a_{3n} \end{vmatrix} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{n1} & a_{n2} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{n1} & a_{n3} \end{vmatrix} & \cdots & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1n} \\ a_{n1} & a_{nn} \end{vmatrix} \end{vmatrix}$$

diperoleh

$$|A_{n\times n}| = \frac{1}{a_{11}{}^{n-2}} \begin{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix} & \cdots & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{2n} \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} & \cdots & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1n} \\ a_{31} & a_{3n} \end{vmatrix} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{n1} & a_{n2} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{n1} & a_{n3} \end{vmatrix} & \cdots & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1n} \\ a_{n1} & a_{nn} \end{vmatrix} \end{vmatrix}$$

Sehingga terbukti bahwa Teorema 1 dapat digunakan untuk menentukan determinan matriks ordo $n \times n$.

Langkah-langkah secara umum metode kondensasi *CHIO* adalah sebagai berikut.

a. Matriks yang digunakan merupakan matriks persegi $n \times n, n \geq 3$
b. Perhatikan nilai elemen a_{11} pada matriks, apabila $a_{11} \neq 0$ maka proses kondensasi dapat dilanjutkan dan jika $a_{11} = 0$ maka terlebih dahulu dilakukan operasi pertukaran baris atau kolom untuk memperoleh elemen $a_{11} \neq 0$.
c. Proses kondensasi dilakukan dengan mensubstitusikan elemen-elemen matriks ke dalam persamaan

$$|A_{n\times n}| = \frac{1}{a_{11}{}^{n-2}} \begin{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix} & \cdots & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{2n} \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} & \cdots & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1n} \\ a_{31} & a_{3n} \end{vmatrix} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{n1} & a_{n2} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{n1} & a_{n3} \end{vmatrix} & \cdots & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1n} \\ a_{n1} & a_{nn} \end{vmatrix} \end{vmatrix}$$

   Setiap hasil proses kondensasi akan mengurangi satu ordo determinan matriks dari ordo determinan sebelumnya.
d. Ulangi proses kondensasi hingga diperoleh determinan matriks ordo 2×2 dan determinan dari matriks ordo $n \times n$ dapat dihitung dengan lebih sederhana.

Contoh 2

Hitung determinan matriks *A* berikut ini dengan menggunakan Metode Kondensasi *CHIO*.

Diberikan $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$,

maka

$$|A| = \frac{1}{3^{4-2}} \begin{vmatrix} \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} \end{vmatrix}$$

diperoleh

$$|A| = \frac{1}{3^2} \begin{vmatrix} 5 & 8 & -5 \\ 6 & -3 & -6 \\ 1 & -2 & -13 \end{vmatrix}$$

Karena hasil kondensasi determinannya masih berordo 3×3, maka disederhanakan menjadi determinan beroro 2×2, maka

$$\begin{aligned} |A| &= \left(\frac{1}{3^2}\right)\left(\frac{1}{5^{3-2}}\right) \begin{vmatrix} \begin{vmatrix} 5 & 8 \\ 6 & -3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 5 & -5 \\ 6 & -6 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 5 & 8 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 5 & -5 \\ 1 & -13 \end{vmatrix} \end{vmatrix} \\ &= \left(\frac{1}{3^2}\right)\left(\frac{1}{5}\right) \begin{vmatrix} -63 & 0 \\ -18 & -60 \end{vmatrix} \\ &= \left(\frac{1}{3^2}\right)\left(\frac{1}{5}\right)(3780 - 0) \\ &= 84 \end{aligned}$$

Contoh 3

Diberikan $B = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, tentukan determinan matriks B menggunakan metode kondensasi *CHIO*.

Tinjau elemen b_{11} pada matriks B, karena elemen $b_{11} = 0$ maka dilakukan proses operasi baris elementer yaitu menukarkan baris pertama dengan baris kedua.

$$|B| = -\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

diperoleh

$$\begin{aligned} |B| &= -\frac{1}{3^{4-2}} \begin{vmatrix} \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \end{vmatrix} \\ &= -\frac{1}{3^2} \begin{vmatrix} 9 & 3 & 12 \\ 7 & 0 & 14 \\ 1 & 6 & 2 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

$$|B| = -\frac{1}{3^2}(3) \begin{vmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 7 & 0 & 14 \\ 1 & 6 & 2 \end{vmatrix}$$

Selanjutnya dilakukan proses kondensasi *CHIO*, maka

$$|B| = -\frac{1}{3^2}(3)\begin{vmatrix} \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 7 & 14 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \end{vmatrix}$$
$$= -\frac{1}{3^2}(3)\begin{vmatrix} -7 & 14 \\ 17 & 2 \end{vmatrix}$$
$$= 28$$

Contoh 4

Tentukan determinan matriks N berikut ini dengan menggunakan Metode Kondensasi *CHIO*.

Diberikan $N = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 6 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 4 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, tinjau elemen n_{11} pada matriks N, karena elemen $n_{11} = 0$ maka dilakukan proses operasi baris elementer yaitu menukarkan baris pertama dengan baris kedua, sehingga

$$|N| = -\begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 & 6 & 2 \\ 0 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 4 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

diperoleh

$$|N| = -\frac{1}{1^{5-2}}\begin{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} \end{vmatrix}$$
$$= -\frac{1}{1^3}\begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & -2 \\ -9 & -10 & -22 & -8 \\ -5 & -8 & -17 & -5 \end{vmatrix}$$

Selanjutnya dilakukan proses kondensasi *CHIO*, maka

$$|N| = -\frac{1}{1^3}\left(\frac{1}{3^2}\right)\begin{vmatrix} \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -9 & -10 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ -9 & -22 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -9 & -8 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -5 & -8 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ -5 & -17 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -5 & -5 \end{vmatrix} \end{vmatrix}$$

diperoleh

$$|N| = -\frac{1}{1^3}\left(\frac{1}{3^2}\right)\begin{vmatrix} 0 & -6 & -6 \\ -21 & -66 & -15 \\ -19 & -51 & -10 \end{vmatrix}$$
$$|N| = -\frac{1}{1^3}\left(\frac{1}{3^2}\right)\left(\frac{1}{21}\right)\begin{vmatrix} -21 & -66 & -15 \\ 0 & -6 & -6 \\ -19 & -51 & -10 \end{vmatrix}$$

Selanjutnya lakukan proses kondensasi *CHIO*, maka

$$|N| = -\frac{1}{1^3}\left(\frac{1}{3^2}\right)\left(\frac{1}{21}\right)\begin{vmatrix} \begin{vmatrix} -21 & -66 \\ 0 & -6 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -21 & -15 \\ 0 & -6 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} -21 & -66 \\ -19 & -51 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -21 & -15 \\ -19 & -10 \end{vmatrix} \end{vmatrix}$$

diperoleh

$$\begin{aligned}|N| &= -\frac{1}{1^3}\left(\frac{1}{3^2}\right)\left(\frac{1}{21}\right)\begin{vmatrix}126 & 126\\ -183 & -75\end{vmatrix}\\ &= -\frac{1}{1^3}\left(\frac{1}{3^2}\right)\left(\frac{1}{21}\right)(-9450+23058)\\ &= -72\end{aligned}$$

PENUTUP

Berdasarkan pembahasan kondensasi *CHIO* pada determinan matriks $n \times n, n \geq 3$ maka dapat disimpulkan bahwa metode kondensasi *CHIO* dapat diaplikasikan pada semua matriks persegi yang memiliki ordo matriks paling besar sekalipun. Metode kondensasi *CHIO* merupakan sebuah proses perhitungan determinan matriks yang mengekspansikan matriks awal ordo n menjadi matriks ordo $n-1$ dengan elemen a_{11} sebagai kofaktornya. Proses ekspansi ini melibatkan matriks ordo 2×2. Setiap proses kondensasi *CHIO* menghasilkan determinan matriks ordo $n-1$ dan kofaktor dari matriks sebelumnya. Persamaan kondensasi *CHIO* sebagai berikut.

$$|A_{n\times n}| = \frac{1}{{a_{11}}^{n-2}}\begin{Vmatrix}\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{vmatrix} & \begin{vmatrix}a_{11} & a_{13}\\ a_{21} & a_{23}\end{vmatrix} & \cdots & \begin{vmatrix}a_{11} & a_{1n}\\ a_{21} & a_{2n}\end{vmatrix}\\ \begin{vmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{31} & a_{32}\end{vmatrix} & \begin{vmatrix}a_{11} & a_{13}\\ a_{31} & a_{33}\end{vmatrix} & \cdots & \begin{vmatrix}a_{11} & a_{1n}\\ a_{31} & a_{3n}\end{vmatrix}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \begin{vmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{n1} & a_{n2}\end{vmatrix} & \begin{vmatrix}a_{11} & a_{13}\\ a_{n1} & a_{n3}\end{vmatrix} & \cdots & \begin{vmatrix}a_{11} & a_{1n}\\ a_{n1} & a_{nn}\end{vmatrix}\end{Vmatrix}$$

Akhir dari proses kondensasi ini akan menghasilkan sebuah determinan matriks ordo 2×2.

DAFTAR PUSTAKA

[1]. Howard A. *Elementary Linear Algebra*. Drexel University: Anton Inc; 1987
[2]. Assen A, Venkateswara J. A Study on the Computation of the Determinant of a 3×3 Matrix: *International Journal Of Science And Research (IJSR)*. 2014; 3(1): 2319-7064.
[3]. Seymour L, Marc L. *Aljabar Linear Edisi Ketiga*. Jakarta: Erlangga; 2004
[4]. Eves H, *Elementary Matrix Theory*. Boston: Allyn, Bacon Inc; 1966

ADRIANUS SUMITRO : FMIPA UNTAN, Pontianak, adrianus.sumitro@yahoo.co.id
NILAMSARI KUSUMASTUTI : FMIPA UNTAN, Pontianak, uminilam@yahoo.com
SHANTIKA MARTHA : FMIPA UNTAN, Pontianak, shantika.martha@gmail.com